Euclide

Article extrait de : Collection Microsoft Encarta 2005.

1 PRÉSENTATION

Euclide (mathématicien), (III^{e} siècle av. J.-C.), mathématicien grec, auteur du plus célèbre ouvrage de l'histoire des mathématiques, les *Éléments.* Euclide se distingue également en théorie des nombres, démontrant notamment que l'ensemble des nombres premiers est infini. Il est aussi le premier à pratiquer la division avec le reste, appelée aujourd'hui division euclidienne.

2 UNE VIE MYSTÉRIEUSE

On ne sait pratiquement rien sur l'origine et la vie d'Euclide. Ses nombreux écrits didactiques indiquent qu'il enseigne les mathématiques, mais ses maîtres demeurent inconnus. Il semblerait qu'Apollonios de Perga ait longuement étudié avec les disciples d'Euclide à Alexandrie, ce qui laisse à penser qu'Euclide aurait lui-même enseigné dans cette ville d'Égypte hellénisée. Par ailleurs, si l'on se fie aux dires du philosophe Proclus de Lycie, qui commente le premier livre des *Éléments* au V^{e} siècle de notre ère, l'existence d'Euclide serait légèrement antérieure à Archimède et à Ératosthène.

À l'aide de ces maigres indices, on peut proposer une reconstitution plausible mais non prouvée : comme bien d'autres savants, Euclide pourrait avoir été invité à Alexandrie par Ptolémée I^{er}, lors de l'édification de la célèbre bibliothèque (*voir* Alexandrie, bibliothèque d'). En quelque sorte, il apparaîtrait comme le fondateur de l'école mathématique d'Alexandrie, préparant ainsi la voie aux travaux d'Archimède.

3 UNE ŒUVRE FONDAMENTALE

3.1 Ensemble de ses écrits

En comparant les œuvres d'Euclide citées par les Anciens avec celles retranscrites sous son nom dans divers manuscrits grecs, latins ou arabes, on peut dresser une liste de ses écrits vraisemblables, encore conservés à l'heure actuelle :

— les *Éléments,* synthèse de résultats mathématiques, divisée en treize livres, illustrent de manière remarquable la puissance de la méthode axiomatique. Les quatre premiers livres traitent de géométrie plane ; le cinquième expose la théorie des proportions ; le sixième est consacré à ces rapports dans la géométrie plane ; les livres VII, VIII et IX abordent l'arithmétique ; le livre X étudie les nombres irrationnels et les trois derniers s'intéressent à la géométrie dans l'espace ;

— les *Données,* un ouvrage sur l'analyse géométrique ;

— *Optique* et *Catoptrique,* consacrés respectivement à l’étude géométrique de la lumière directe et à celle de la lumière réfléchie ;

— les *Phénomènes,* court traité d’astronomie sphérique ;

— la *Division du canon,* qui expose la théorie mathématique des intervalles musicaux.

Certains ouvrages, en particulier la *Catoptrique* et la *Division du canon,* ne constituent sans doute que des abrégés des originaux euclidiens. L’œuvre forme en fait une « encyclopédie » qui couvre l’ensemble des sciences mathématiques distinguées par les Anciens (arithmétique, géométrie, astronomie, musique, optique, mécanique, etc.). Composée de synthèses de base dans les différentes spécialités, elle était sans doute destinée à l’enseignement. Cependant, la prise en considération des traités perdus, décrits par des contemporains d’Euclide, prouve que ce dernier ne se contenta pas de traiter la géométrie — discipline la plus représentée dans ce corpus — à un niveau élémentaire. Ainsi, les *Éléments des coniques* ou les *Porismes,* qui n’ont pas été retrouvés, présentaient certainement un caractère plus complexe et moins didactique.

3.2 Les Éléments

La gloire d’Euclide demeure indiscutablement attachée au succès de ses *Éléments* : l’abondance des traductions et commentaires, le nombre de manuscrits conservés, et l’importance des rééditions jusqu’au début du XXe siècle témoignent de l’énorme influence que cette œuvre magistrale a pu avoir sur l’histoire des mathématiques. Au fil des siècles, l’ouvrage a exercé ainsi une double fonction, constituant aussi bien une monographie de mathématiques qu’un modèle de raisonnement.

3.2.1 Un exposé structuré

Le terme « élément » désigne les résultats fondamentaux acquis en mathématiques, pouvant correspondre à des solutions effectives de problèmes, généralement géométriques, ou à des théorèmes intervenant ensuite dans d’autres démonstrations plus complexes.

Plutôt que de dresser une simple liste de résultats impliquant un apprentissage fastidieux, Euclide préfère structurer ses propositions en sous-ensembles ayant leur finalité propre. Par exemple, le livre premier des *Éléments* s’ouvre par la construction d’un triangle équilatéral et s’achève sur le théorème de Pythagore. Dans les livres suivants, les résultats simples de géométrie plane sont présentés, puis appliqués à la construction des polygones réguliers, notamment le pentagone et le pentadécagone. De la même manière, l’exposé de géométrie dans l’espace se termine par la construction des cinq polyèdres réguliers inscriptibles dans une sphère. Peu d’objets mathématiques sont introduits de manière formelle dans les *Éléments,* excepté le nombre entier et la figure, plane ou solide, décrite par ses caractéristiques (sommets, côtés, faces, angles). En effet, la géométrie grecque ne se présente pas comme une théorie de l’espace et de ses transformations, mais comme une science des figures, auxquelles sont attribués trois paramètres : une position, une forme (triangulaire, carrée, etc.) et une grandeur.

3.2.2 Un ouvrage logique

Les *Éléments* forment un ouvrage où l'articulation des propositions exposées est purement déductive, et constituent à ce titre un éminent exemple d'exposé scientifique, dont s'inspireront nombre de mathématiciens, mais aussi de philosophes et de théologiens. Euclide y distingue deux types de propositions : d'une part, les principes posés comme hypothèses, d'autre part, les propositions démontrées à l'aide de ces principes. Parmi ces derniers, Euclide différencie les définitions relatives à la signification des termes, et les postulats géométriques, appelés aussi axiomes, qui représentent des notions communes évidentes, mais pouvant être niées sans contradiction. Sur les cinq postulats proposés par Euclide, le plus célèbre énonce que par tout point du plan ne passe qu'une droite parallèle à une droite donnée. Ce postulat, nommé encore postulat d'Euclide, caractérise la géométrie dite euclidienne, par opposition aux autres géométries, dites non-euclidiennes, développées au XIX^{e} siècle et où cet axiome sera remplacé par un autre (aucune parallèle, ou plusieurs parallèles), l'ensemble formant un système tout aussi cohérent.